

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΑΝΤΟΥΔΙΟΥ

Τάξη: Β

Μάθημα: Άλγεβρα

Εισηγητής: Νικόλαος Σκομπρής

**Θέματα γραπτών προαγωγικών εξετάσεων περιόδου Μαΐου-Ιουνίου
2008**

Οδηγίες

1. Για να απαντήσετε στις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής, θα σημειώσετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα μέσα σε παρένθεση, τη σωστή απάντηση.
2. Για να απαντήσετε στις ερωτήσεις τύπου σωστό-λάθος, θα σημειώσετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα σε κάθε γράμμα, μέσα σε παρένθεση, το σύμβολο Σ ή Λ.
3. Για να απαντήσετε στις ερωτήσεις αντιστοίχισης, θα σημειώσετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα μέσα σε παρενθέσεις, τα αντίστοιχα ζεύγη.
4. Για να απαντήσετε στις ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού, θα σημειώσετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα σε κάθε γράμμα, μέσα σε παρένθεση, τη σωστή λέξη.
5. Για να απαντήσετε στις ερωτήσεις σύντομης ανάπτυξης, θα σημειώσετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και στη συνέχεια θα γράψετε την απάντησή σας.
6. Όλες οι απαντήσεις πρέπει να γραφούν με στυλό (όχι μολύβι!) μπλέ χρώματος.
7. Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.
8. Η τελευταία σελίδα του φύλλου απαντήσεων, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως πρόχειρο.
9. Δεν επιτρέπεται να σημειώνετε πάνω στο φύλλο των θεμάτων. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Διάρκεια εξέτασης δύο (2) ώρες.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Θέμα 1

A. Έστω οι θετικοί αριθμοί x, y . Αν $0 < a \neq 1$, να αποδείξετε ότι :

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

(15 μονάδες)

B. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ):

α) Ο βαθμός του πολυωνύμου $P(x) = x^2 + x^3 - x^4$ είναι 2

(2 μονάδες)

β) Η τιμή του πολυωνύμου $P(x) = x^2 + 2x$ για $x = -1$ είναι 3

(2 μονάδες)

γ) Το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + x - 2$ διαιρείται από το $x - 1$

(2 μονάδες)

δ) Το 3 είναι πιθανή ακέραια ρίζα της εξίσωσης $x^3 - 3x + 6 = 0$

(2 μονάδες)

ε) Τα πολυώνυμα $P(x) = x^3 + x - 1$ και $Q(x) = x + x^3 - 2$ είναι ίσα

(2 μονάδες)

Θέμα 2

Θεωρούμε τις γωνίες $\phi, \theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ για τις οποίες είναι :

$$\eta\mu\phi = \frac{4}{5} \quad \text{και} \quad \eta\mu\theta = \frac{5}{13}$$

α) Να αποδείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{3}{5}$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{12}{13}$

(5 μονάδες)

β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς :

ι) $\eta\mu 2\phi$ και $\sigma\upsilon\nu 2\theta$

(10 μονάδες)

ιι) $\eta\mu(\phi + \theta)$ και $\epsilon\varphi(\phi - \theta)$

(10 μονάδες)

Θέμα 3

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 4a^2x^3 + \frac{8}{3}(1 - a^2)x^2 - x - 2$, όπου $a > 0$. Αν το $x - 1$ διαιρεί το $P(x)$, τότε :

α) Να αποδείξετε ότι $a = \frac{1}{2}$

- β)** Να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - 1$ (5 μονάδες)
- γ)** Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (10 μονάδες)
- (10 μονάδες)

Θέμα 4

Δίνονται η συνάρτηση:

$$f(x) = \ln \left(\frac{3-x}{3+x} \right)$$

- α)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f . (4 μονάδες)
- β)** Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -\ln 2$. (7 μονάδες)
- γ)** Να βρείτε τις τιμές του x , για τις οποίες η γραφική παράσταση της f , βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$. (7 μονάδες)
- δ)** Να λύσετε την εξίσωση $f(3e^x) = f(1)$. (7 μονάδες)

Ο Δ/ντης

Ο εισηγητής